

Арифметическая и геометрическая прогрессия

(урок алгебры в 9 классе)

Разработала и
провела
учитель математики
Н. А. Ершова



15.02.2025

Цель: обобщить и систематизировать знания по теме «Арифметическая и геометрическая прогрессии»

Задачи:

Образовательные:

- Формирование умений и навыков применения формул n -го члена прогрессий, суммы первых n членов;
- Применение свойств прогрессий $a_n = \frac{a_{n+1} + a_{n-1}}{2}$, $b_n = \sqrt{b_{n+1}} \cdot \sqrt{b_{n-1}}$;

Развивающие:

- развивать внимание, логическое и математическое мышление, работоспособность;
- умение анализировать, сопоставлять и обобщать полученные знания;

Воспитательные:

- воспитывать качества личности, как познавательная активность, самостоятельность, упорство в достижении цели;
- содействовать рациональной организации труда;
- видеть связь между математикой и окружающей жизнью.

Тип урока: урок совершенствования знаний, умений, навыков.

Методы: Словесные, наглядные, практические.

Ресурсы: мультимедийный комплекс (слайды, тесты), раздаточный материал, таблички для групп, доска, мел, учебник «Алгебра» 9 класс.

Ход урока.

I. Организационный момент.

- Проверка готовности учащихся к уроку;

Учитель:

Закончился двадцатый век.

Куда стремится человек?

Изучены космос и море,

Строение звезд и вся Земля.

Но математиков зовет

Известный лозунг:

“Прогрессио – движение вперед”.

Тему сегодняшнего урока мы узнаем, отгадав кроссворд:

1. Как называется график квадратичной функции?
2. Математическое предложение, справедливость которого доказывается.
3. Упорядоченная пара чисел, задающая положение точки на плоскости.
4. Наука, возникшая в глубокой древности в Вавилоне и Египте, а учащиеся начинают её изучать с 7 класса.
5. Линия на плоскости, являющаяся графиком функции $y = kx + b$.
6. Числовой промежуток.

7. Предложение, принимаемое без доказательства.
8. Результат сложения.
9. Название второй координаты точки на плоскости
10. Французский математик 19 века, «отец» алгебры, юрист, разгадал шифр, применяемый испанцами в войне с французами, а нам помог в быстром решении квадратных уравнений.

| | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | | П | а | р | а | б | о | л | а |
| т | е | о | р | е | м | а | | | | |
| | к | о | о | р | д | и | н | а | т | ы |
| | | а | л | г | е | б | р | а | | |
| | | | п | р | я | м | а | я | | |
| и | н | т | е | р | в | а | л | | | |
| | | а | к | с | и | о | м | а | | |
| | | | | с | у | м | м | а | | |
| о | р | д | и | н | а | т | а | | | |
| | | | в | и | е | т | | | | |

II. Актуализация целей и задач урока

Итак, Тема урока «Прогрессии, арифметическая и геометрическая». На уроке мы повторим все, что знаем о прогрессиях.

Ну что ж приступим,

1. Под скрип пера о лист бумаги

Заполните сии листы!

(раздаются заготовки для проверки знания теории)

| № | Формулы | Арифметическая прогрессия | Геометрическая прогрессия |
|---|----------------------------------|---------------------------|---------------------------|
| 1 | Определение | Устно дать определение. | |
| | | | |
| 2 | Формула n-го члена | | |
| 3 | Сумма n-первых членов прогрессии | | |
| 4 | Свойства | | |

Ученики заполняют таблицу.

Взаимопроверка. За верные ответы каждый учащийся в группе получает балл. На экране появляется таблица с ответами.

| № | Формулы | Арифметическая прогрессия | Геометрическая прогрессия |
|---|----------------------------------|---|---|
| 1 | Определение | Устно дать определение. | |
| | | $a_{n+1} = a_n + d$ | $b_{n+1} = b_n \cdot q$ |
| 2 | Формула n-го члена | $a_n = a_1 + d(n - 1)$ | $b_n = b_1 \cdot q (n - 1)$ |
| 3 | Сумма n-первых членов прогрессии | $\frac{S_n}{2} = (a_1 + a_n) \cdot n$ $\frac{S_n}{2} = 2a_1 + d(n - 1) \cdot n$ | $S_n = b_1 \cdot (q^n - 1), \quad q \neq 1$ Бесконечно убывающая геометрическая прогрессия $ q < 1, \quad S = \frac{b_1}{1 - q}$ |
| 4 | Свойства | $a_n = \frac{a_{n+1} + a_{n-1}}{2}$ | $b_n = \sqrt{b_{n+1}} \cdot \sqrt{b_n}$ |

III. Закрепление изученного материала.

1. Зная эти формулы, можно решить много интересных задач. Следующие задания устные:

| | |
|---------------------------------------|------------|
| $(a_n) : a_1 = 4, a_2 = 6, d = ?$ | Ответ: 2 |
| $(a_n) : a_1 = 2, d = 4, a_{10} = ?$ | Ответ: 38 |
| $(a_n) : a_1 = 2, a_5 = -18, S_5 = ?$ | Ответ: -40 |
| $(b_n) : b_1 = 9, b_2 = 3, q = ?$ | Ответ: 1/3 |
| $(b_n) : b_1 = 1, q = -2, b_4 = ?$ | Ответ: -8 |

2. (Работа по группам) Учащимся предлагается решить небольшой тест. Обведите верные варианты ответов в кружок. Сопоставьте полученные ответы буквам и прочтите зашифрованное слово. Запишите ответы в таблицу.

Задание: Найти пятые члены следующих арифметических прогрессий.

| | | | | | |
|---|-----------------------------|---------------|----------------|---------------|---------------|
| 1 | $(a_n) : -6; -3; \dots$ | A = -6 | B = 8 | B = 18 | Г = 6 |
| 2 | $(a_n) : a_1 = 6, d = 5.$ | A = 26 | B = 11 | B = 14 | Г = 1 |
| 3 | $a_n = 27 - 6n$ | E = 57 | P = -2 | У = -3 | Ф = 3 |
| 4 | $(a_n) : a_1 = -26, d = 7.$ | П = 54 | P = -2 | C = 2 | Т = 33 |
| 5 | $(a_n) : 4; 6; 8; \dots$ | M = -4 | Л = -12 | П = 6 | C = 12 |

| № задания | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
|---------------|---|----|----|---|----|
| Ответ (число) | 6 | 26 | -3 | 2 | 12 |
| Слово | Г | А | У | С | С |

Какое слово у вас получилось? (Гаусс) Что вы о нем знаете?

Ученик: (Знакомство с историческим материалом)

Гаусс Иоганн Карл Фридрих, немецкий математик, астроном, геодезист. Еще в детстве выдающиеся способности к математике. Учитель предложил своим

ученикам сложить числа от 1 до 100. Маленький Гаусс решил эту задачу за 1 минуту. Он сообразил, что сумма первого и последнего чисел равна 101. Второго и предпоследнего чисел равна также 101. И таких сумм 50, тогда сумма всех будет 5050.

Учитель: по этой задаче придумали даже такое стихотворение

Задача очень непроста:

Как сделать, чтобы быстро

От единицы и до ста

Сложить в уме все числа?

Пять первых связок изучи

Найдешь к решению ключи!

Давным-давно один мудрец сказал, что прежде надо

Связать начало и конец

У численного ряда.

$1+100=?$ $2+99=?$ $3+98=?$

III. Проверка знаний теории по теме “Прогрессии”.

Учитель: Итак, проверим знание формул по теме “Арифметическая и геометрическая прогрессии”.

«Прогрессия» – латинское слово (означает “движение вперед”), оно было введено римским автором Боэцием в 6 веке. Некоторые формулы, относящиеся к прогрессиям, были известны китайским и индийским ученым древности. например, Ариабхатта, живший в 7-ом веке знал формулы общего члена и суммы арифметической прогрессии.

А сегодня и Вам предстоит решить не такие сложные, но, тем не менее, важные задания. Задания разной сложности, и если вы считаете, что не достаточно мудры, выбирайте задания по своим силам. А самые мудрейшие – сложные.

Вам предлагается каждой группе свои задания.

Ваша задача выполнить их. Объединив ответы с помощью ключа, узнаете слово. (За каждое верное решение начисляются баллы).

1. Найдите разность арифметической прогрессии: 19; 15; ...
2. (a_n) : $a_1 = 7$, $d = 4$. Найдите a_{20} .
3. Найдите сумму двадцати первых членов этой прогрессии.
4. (a_n) : $a_3 = 11$, $a_5 = 19$. Найдите a_4 .
5. (b_n) : $b_1 = -16$, $q = 1$. Найдите S_5 .

Ответы:

19; 15; ... $d = 15 - 19 = -4$

(a_n) : $a_1 = 7$, $d = 4$. $a_{20} = a_1 + 19d = 7 + 19 \cdot 4 = 83$

$a_1 = 7$, $a_{20} = 83$; $S_{20} = ((a_1 + a_{20})/2) \cdot 20 = (7 + 83) \cdot 10 = 900$

$a_3 = 11$, $a_5 = 19$. $a_4 = (a_5 + a_3)/2 = (19 + 11)/2 = 15$

$b_1 = -16$, $q = 1$. $S_5 = (b_1 \cdot (q_5 - 1)) / (q - 1) = (-16 \cdot ((1/2)^5 - 1)) / (1/2 - 1) = 16 \cdot 2 \cdot (-31/32) = -31$

1.

| | | | | | | |
|-----|---|----|----|-----|----|----|
| 900 | 4 | -4 | 15 | -31 | 83 | 10 |
| П | А | У | Е | Х | С | Р |

| | | | | | | |
|-----|----|----|-----|----|---|-----|
| 900 | -4 | 83 | -15 | 15 | 5 | -31 |
|-----|----|----|-----|----|---|-----|

2.

| | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| А | У | Д | К | Ч | О | А |
|---|---|---|---|---|---|---|

3.

| | | | | | | |
|----|----|------|-----|-----|---|------|
| 15 | 83 | - 83 | - 4 | 900 | 4 | - 31 |
| Г | Л | И | Б | А | Д | О |

4.

| | | | | | | |
|----|-----|----|-----|------|----|---|
| 83 | 900 | 31 | - 4 | - 31 | 15 | 4 |
| О | Б | А | Д | О | Р | П |

Изрядно потрудившись, собрали вы слова. И поиск их был нами оценен.(После прочитайте слова, которые сложили ребята).

Итог урока: Все вы сегодня поработали хорошо, вспомнили необходимые формулы и научились применять их при решении различных задач. (Подвести итог соревнования).

Пусть с вами будет всегда добро и благо

и пусть во всех делах сопутствует удача и успех!

Домашнее задание (Озвучить в начале урока): повторить определения и формулы по арифметической и геометрической прогрессии. Решить тесты (карточки раздать)

Урок сегодня завершен

Но каждый должен знать:

Познание, упорство, труд

К прогрессу в жизни приведут!

IV. Рефлексия.

V. Итог